Studiare la funzione $f(x) = (2x - 10)/(2x^2 + 5x - 3)$ in particolare determinare: il dominio, le intersezioni con gli assi cartesiani, il segno, i limiti, eventuali asintoti, il segno della derivata, eventuali punti di massimo e di minimo e <u>disegnarne il grafico</u>. Successivamente determinare l'equazione della retta tangente ad $f(x)$ in $x = 0$

1) Dominio: denominatore $\neq 0$

$$2x^2+5x-3=0 \qquad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \begin{cases} \frac{-5-7}{4} = -\frac{12}{4} = -3 \\ \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$D: (-\infty, -3) \cup (-3, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

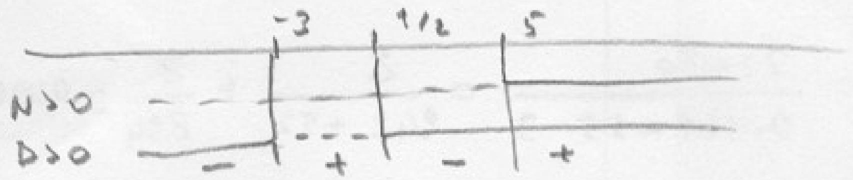
2) Intersezione con gli assi: $x = 0 \to y = -\frac{10}{-3} \Rightarrow A(0, \frac{10}{3})$

$y = 0 \to 2x - 10 = 0 \to x = \frac{10}{2} = 5 \quad B(5, 0)$

$\frac{10}{3} \sim 3{,}33$

3) Segno $2x - 10 > 0 \to x > \frac{10}{2} = 5 \quad \to N>0 \ x>5$

$D>0 \to 2x^2 - 5x - 3 > 0$ V.E. $x < -3 \cup x > 1/2$



4) Limiti

$$\lim_{x \to \mp\infty} \frac{2x-10}{2x^2+5x-3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$$

Il numeratore è un polinomio che ha grado inferiore rispetto a quello del denominatore e quindi il limite è 0

$y = 0$ ASINTOTO ORIZZONTALE.

$$\lim_{x \to -3^\mp} \frac{2x-10}{2x^2+5x-3} = \left[\frac{-16}{0}\right] = \mp\infty \qquad x = -3 \text{ ASINTOTO VERTICALE}$$

$$\lim_{x \to \frac{1}{2}^\mp} f(x) = \left[\frac{-9}{0}\right] = \pm\infty \qquad x = \frac{1}{2} \text{ ASINTOTO VERTICALE}$$

5) Derivata: $y' = \dfrac{2(2x^2+5x-3) - (2x-10)(4x+5)}{(2x^2+5x-3)^2} =$

$$\frac{4x^2+10x-6-(8x^2-40x-50+10x)}{(2x^2-5x-3)^2} = \frac{4x^2+10x-6-8x^2+40x+50-10x}{(2x^2-5x-3)^2} =$$

$$= \frac{-4x^2+40x+44}{(2x^2+5x-3)^2} = \frac{4(-x^2+10x+11)}{(2x^2+5x-3)^2} > 0$$

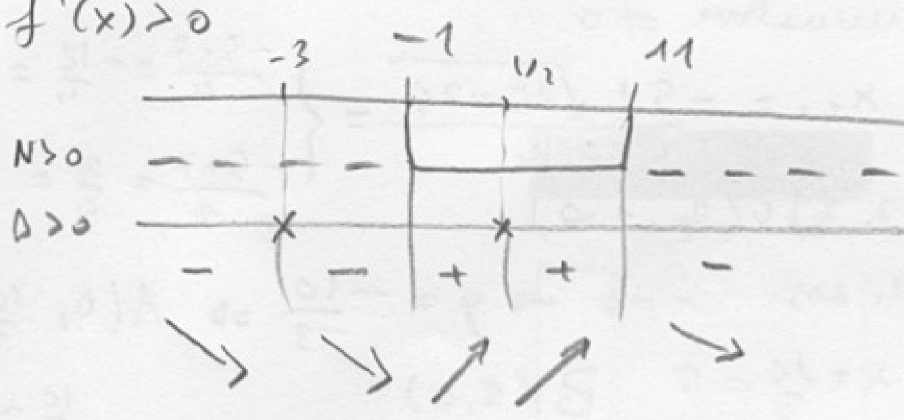
Il denominatore è positivo $\forall x \in D$

studiamo il numeratore $-x^2+10x+11>0$ V. I. se $\Delta > 0$

Risolviamo l'equazione associata $x^2 - 10x - 11 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{+10 - \sqrt{100+44}}{2} = \begin{cases} \frac{10-12}{2} = -1 \\ \frac{10+12}{2} = 11 \end{cases}$$

$f'(x) > 0$



$x = -1$ MINIMO

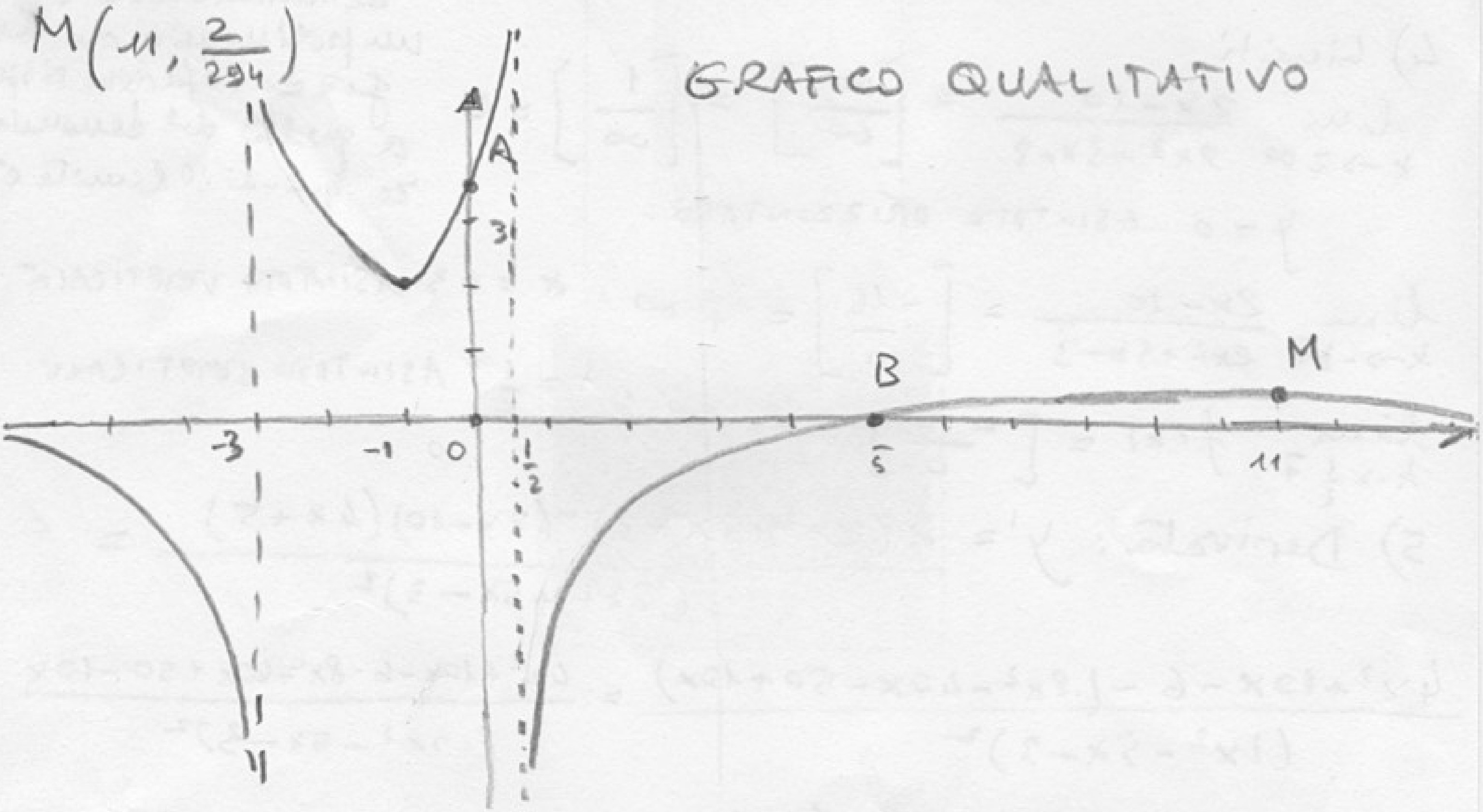
$x = 11$ MASSIMO

$$f(-1) = \frac{2(-1)-10}{2(-1)^2+5(-1)-3} = \frac{-12}{2-5-3} = \frac{12}{6} = 2 \qquad N(-1, 2)$$

$$f(11) = \frac{2(+11)-10}{2(11)^2+5(11)-3} = \frac{22-20}{2\cdot 121+55-3} = \frac{2}{242+52} = \frac{2}{294} \simeq 0{,}0068$$

$M\left(11, \frac{2}{294}\right)$

GRAFICO QUALITATIVO



RETTA TANGENTE

$$f'(0) = \left.\frac{-4x^2+40x+44}{(2x^2+5x-3)^2}\right|_{x=0} = \frac{44}{9}$$

$$f(0) = \frac{10}{3}$$

$$y - \frac{10}{3} = \frac{44}{9}(x-0) \rightarrow \boxed{y = \frac{44}{9}x + \frac{10}{3}}$$