STUDIO DI FUNZIONE

$$f(x) = e^{\frac{1}{1+x}}$$

1) Dominio: $1+x \neq 0 \rightarrow x \neq -1$

$D: \ (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

2) Intersezioni assi:

ASSE Y: $x=0 \rightarrow y = e^{\frac{1}{1+0}} \rightarrow y = e$ $\quad A(0, e)$

[RIC. $e \cong 2{,}72$]

ASSE X: $y=0 \rightarrow e^{\frac{1}{1+x}} = 0$ NON ESISTE ALCUN $x \in D$ CHE SODDISFA TALE CONDIZIONE, INFATTI L'ESPONENZIALE NON SI ANNULLA MAI.

3) SEGNO DI $f(x)$: $e^{\frac{1}{1+x}} > 0 \quad \forall x \in D$, L'ESPONENZIALE E' UNA FUNZIONE SEMPRE POSITIVA

4) EVENTUALE SIMMETRIA PARI O DISPARI:

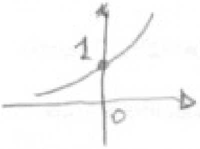
$f(-x) = e^{\frac{1}{1-x}} \neq e^{\frac{1}{1+x}}$ NON E' PARI

MA NON RISULTA NEANCHE $f(-x) = -f(x)$ EVIDENTEMENTE.

6) LIMITI

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^{\frac{1}{1+x}}$, è una f. composta dunque $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{1+x} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0^-$

da cui $\lim\limits_{t \to 0^-} e^t = 1$



ciò vale sia per $t \to 0^+$ che per $t \to 0^-$ infatti e^t è continua in $t=0$

Quindi anche $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{1+x} = 0^+$ da cui come risultato $\lim\limits_{t \to 0^+} e^t = 1$

ABBIAMO QUINDI UN ASINTOTO ORIZZ. $Y=1$

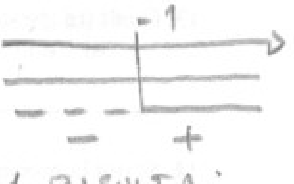
VEDIAMO IL LIMITE IN $x = -1$:

$\lim\limits_{x \to -1^{\mp}} \frac{1}{1+x} = \left[\frac{1}{0}\right] = \mp\infty$

STUDIAMO IL SEGNO DI $\frac{1}{1+x}$ PER CAPIRE IL SEGNO DEL LIMITE:

$N > 0 \rightarrow 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$D > 0 \rightarrow 1+x > 0 \rightarrow x > -1$



NELL'INTORNO SINISTRO DI -1 RISULTA: $\frac{1}{1+x}$ NEGATIVA, IN QUELLO DESTRO, POSITIVA.

PASSIAMO AL LIMITE DELL'ESP.:

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$

(DOVE $t = \frac{1}{1+x}$) ABBIAMO QUINDI:

$\lim\limits_{x \to -1^-} e^{\frac{1}{1+x}} = 0$ MENTRE $\lim\limits_{x \to -1^+} e^{\frac{1}{1+x}} = +\infty$

PERCIÓ NELL'INTORNO DESTRO DI $x_0 = -1$ C'È UN ASINTOTO VERTICALE

INVECE NELL'INTORNO SINISTRO DI $X_0 = -1$ LA FUNZIONE TENDE A ZERO: ABBIAMO UNA DISCONTINUITÀ "MISTA" ②

7) DERIVATA

Abbiamo una derivata composta:

$$D\, e^{\frac{1}{1+x}} \Rightarrow D\, e^{t} = e^{t} \cdot t' \quad \text{dove } t = \frac{1}{1+x}$$

$$t' = D\,\frac{1}{1+x} = -\frac{1}{(1+x)^2} \qquad \left[\text{RIC. } D\,\frac{1}{g} = -\frac{g'}{g^2}\right]$$

$$y' = e^{\frac{1}{1+x}}\left[-\frac{1}{(1+x)^2}\right]$$ il segno della derivata è facile da studiare!

$e^{\frac{1}{1+x}}$ è positiva $(1+x)^2$ pure $\forall x \in D$
il segno meno rende tutto negativo, quindi
$f'(x) < 0 \quad \forall x \in D$ cioè è decrescente in ogni punto del dominio.

GRAFICO DI
$f(x) = e^{\frac{1}{1+x}}$