p. 452 n. 30 $\qquad y = \dfrac{x^2-1}{x^3}$ $\qquad$ pag 1/2

1) DOMINIO: $x^3 = 0 \rightarrow x = 0$ VALORE DA ESCLUDERE DAL DOMINIO

$D: (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

2) INT. ASSI: $x = 0$ impossibile (valore escluso dal dominio)

$y = 0 \rightarrow \dfrac{x^2-1}{x^3} = 0 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1$

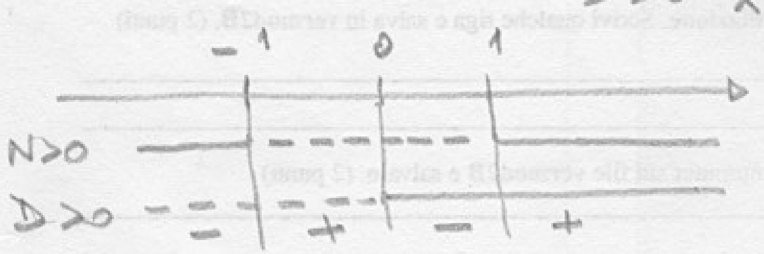
$x = \pm 1$

$A(-1, 0) \quad B(1, 0)$

3) SEGNO: $\dfrac{x^2-1}{x^3} > 0$ $\qquad N > 0 \rightarrow x^2 - 1 > 0 \rightarrow$ VAL. EST $x = \pm 1$

$x < -1 \cup x > 1$

$D > 0 \quad x^3 > 0 \rightarrow x > 0$



4) LIMITI $\displaystyle\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2-1}{x^3} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$ $\qquad$ IL POLINOMIO AL DENOMINATORE HA GRADO MAGGIORE DI QUELLO DEL NUMERATORE E QUINDI "CORRE PIÙ VELOCEMENTE" AD INFINITO

$y = 0$ ASINTOTO ORIZZONTALE

$\displaystyle\lim_{x \to 0^\mp} \frac{x^2-1}{x^3} = \left[\frac{-1}{0}\right] = \pm\infty$ $\qquad$ IL SEGNO DEL LIMITE INFINITO È DEDOTTO DAL SEGNO DELLA FUNZIONE

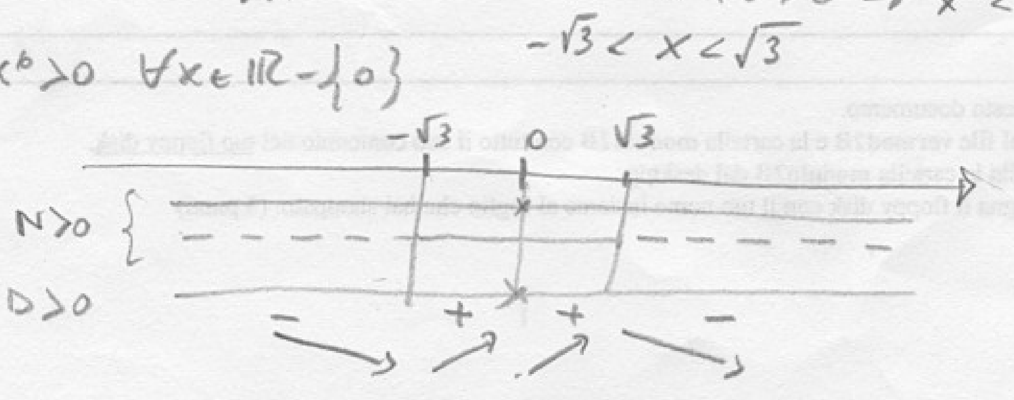
5) DERIVATA $\quad y' = \dfrac{2x(x^3) - (x^2-1)3x^2}{x^6} = \dfrac{2x^4 - 3x^4 + 3x^2}{x^6} =$

$= \dfrac{-x^4+3x^2}{x^6} = \dfrac{x^2(-x^2+3)}{x^6} > 0$ $\qquad N > 0 \quad x^2 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

$-x^2 + 3 > 0 \rightarrow x^2 < 3$ VAL. INT.

$-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

$D > 0 \quad x^6 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$



P 452 n 30 pag. 2/2

C'È UN MINIMO IN $x = -\sqrt{3}$ ED UN MASSIMO IN $x = \sqrt{3}$

CALCOLIAMO LE ORDINATE:

$$f(-\sqrt{3}) = \frac{3-1}{-3\sqrt{3}} = \frac{2}{-3\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{9}$$

$$f(\sqrt{3}) = \frac{3-1}{+3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$M_1\left(-\sqrt{3}; -\frac{2\sqrt{3}}{9}\right) \qquad M_2\left(\sqrt{3}; \frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$$

LA FUNZIONE STUDIATA È DISPARI $f(-x) = -f(x)$

INFATTI $f(-x) = \dfrac{(-x)^2-1}{(-x)^3} = \dfrac{x^2-1}{-x^3} = -\dfrac{x^2-1}{x^3} = -f(x)$

QUINDI È SIMMETRICA RISPETTO ALL'ORIGINE.