pag 452 n. 29

$$y = \frac{x^4+x^2-2}{x^4}$$

Pag. 1/2

1) DOMINIO

$x^4=0 \to x=0$ VALORE DA ESCLUDERE PERCHÈ ANNULLA IL DENOMINATORE $D: (-\infty,0) \cup (0,+\infty)$

2) INT. ASSI $x=0$ non consentito dal dominio.

$y=0 \to \frac{x^4+x^2-2}{x^4}=0 \to x^4+x^2-2=0$ E' UNA EQ. BIQUADRATICA

$t=x^2 \to t^2+t-2=0 \to t_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2+8}}{2} = \frac{-1\pm 3}{2} = \begin{cases} -\frac{4}{2}=-2 \\ \frac{2}{2}=1 \end{cases}$

$t=-2 \to x^2=-2$ impossibile

$t=1 \to x^2=1 \to x=\pm 1$ QUINDI CI SONO I SEGUENTI PUNTI DI INTERSEZIONE $A(-1,0)$ $B(1,0)$

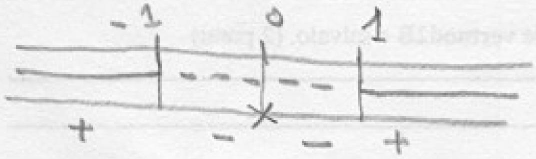
3) SEGNO $f(x)>0$ $\frac{x^4+x^2-2}{x^4}>0$ $N>0$ $x^4+x^2-2>0 \to t^2-t-2>0$

VAL. EST. $t<-2 \cup t>1$

$D>0$ $x^4>0$ $\forall x \in \mathbb{R}-\{0\}$

$x^2<-2$ imposs. $x^2>1$ VAL. EST

$x<-1 \cup x>1$



4) LIMITI

$\lim_{x\to\mp\infty} \frac{x^4+x^2-2}{x^4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 1$ NUMERATORE E DENOMINATORE SONO ∞ DELLO STESSO ORDINE PERCHÈ POLINOMI DELLO STESSO GRADO.

$y=1$ ASINTOTO ORIZZONTALE

$\lim_{x\to 0^\mp} \frac{x^4+x^2-2}{x^4} = \left[-\frac{2}{0}\right] = -\infty$ $x=0$ ASINTOTO VERTICALE

5) DERIVATA

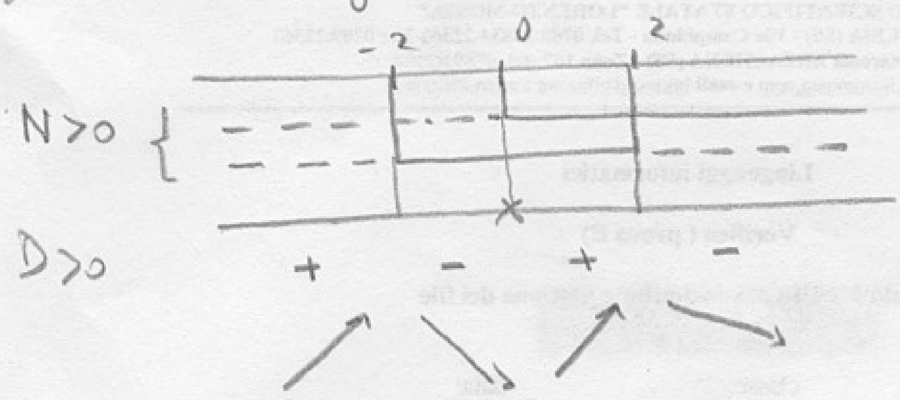
$$y' = \frac{(4x^3+2x)x^4-4x^3(x^4+x^2-2)}{x^8} = \frac{4x^7+2x^5-4x^7-4x^5+8x^3}{x^8} =$$

$$= \frac{-2x^5+8x^3}{x^8} = \frac{x^3(-2x^2+8)}{x^8} > 0 \Rightarrow N>0 \quad x^3(-2x^2+8)>0$$

$\Rightarrow x^3>0 \to \boxed{x>0}$; $-2x^2+8>0 \to x^2<\frac{8}{2} \to x^2<4$ VAL. INT.

$\Rightarrow -2<x<2$ $D>0 \to x^8>0 \Rightarrow x>0$ $\forall x \in \mathbb{R}-\{0\}$

pag 452 n 29 pag. 2/2



IN $X=-2$ e $X=2$ CI SONO DEI PUNTI DI MASSIMO

IN $X=0$ ABBIAMO GIA' VISTO CHE C'È UN ASINTOTO VERTICALE

CALCOLIAMO LE ORDINATE DEI MASSIMI IN $X=2$ e $X=-2$

$$f(-2)=f(2)=\frac{16+4-2}{16}=\frac{18}{16}=\frac{9}{8}$$

$M_1\left(-2,\frac{9}{8}\right)$ $M_2\left(+2,\frac{9}{8}\right)$

LA FUNZIONE E' PARI IN QUANTO RISULTA

$f(-x)=f(x)\ \forall x\in D$

RISULTA QUINDI SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE Y