

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

1) DOMINIO

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \text{ VALORI DA ESCLUDERE DAL DOMINIO PERCHÉ ANNULLANO IL DENOMINATORE}$$

2) INTERSEZIONI ASSI

$$D: x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$x=0 \rightarrow y = -1$$

$$y=0 \rightarrow \frac{x^2}{x^2-1} = 0 \rightarrow x=0 \quad A(0,0)$$

3) SEGNO DI $f(x)$

$$\frac{x^2}{x^2-1} > 0 \quad N > 0 \quad x^2 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D > 0 \rightarrow x^2 - 1 > 0 \text{ VAL. EST. } x = \pm 1 \Rightarrow x < -1, x > 1$$



4) LIMITI

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2-1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = 1$$

NUMERATORE E DENOMINATORE SONO INFINITI DELLO STESSO ORDINE

$y = 1$ ASINTOTO ORIZZONTALE.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2}{x^2-1} = \left[\frac{1}{0} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{x^2-1} = \left[\frac{1}{0} \right] = -\infty$$

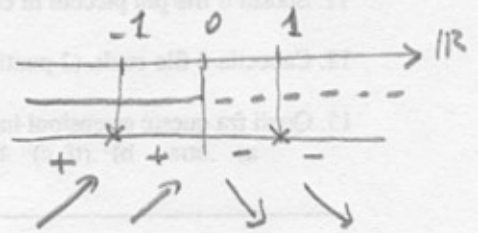
IL SEGNO DEL LIMITE INFINITO È DEDOTTO DAL SEGNO DELLA FUNZIONE

5) DERIVATA

$$y' = \frac{2x(x^2-1) - x^2(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3 - 2x - 2x^3}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$$

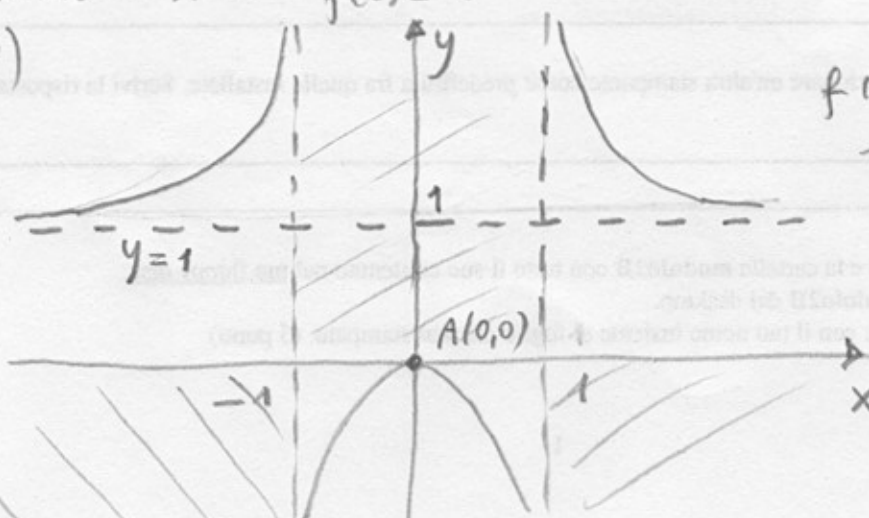
$$\frac{-2x}{(x^2-1)^2} > 0 \quad N > 0 \quad -2x > 0 \rightarrow x < 0$$

$$D > 0 \quad (x^2-1)^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$



C'È UN MASSIMO IN $x=0 \rightarrow f(0) = 0$

$A(0,0)$



$f(x)$ è pari in quanto $f(-x) = f(x)$ quindi simmetrica rispetto all'asse y